

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УДМУРТСКОЙ  
РЕСПУБЛИКИ

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ  
"МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ОКРУГ КАМБАРСКИЙ РАЙОН  
УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ"  
МБОУ "Камбарская СОШ №2"

РАССМОТРЕНО  
на заседании МО

  
М.В. Левашова  
Протокол № 3  
от «23» августа 2023 г.

СОГЛАСОВАНО  
на педагогическом  
совете

Протокол № 14 от «24»  
августа 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО  
Директор

  
Приказ № 138-ОД от «24»  
августа 2023 г.

Виткина

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

(ID 3349207)

учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа.

Базовый уровень»

для обучающихся 10-11 классов

КАМБАРКА 2023

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УДМУРТСКОЙ**  
**РЕСПУБЛИКИ**  
**УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ**  
**"МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ОКРУГ КАМБАРСКИЙ РАЙОН**  
**УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ"**  
**МБОУ "Камбарская СОШ №2"**

**РАССМОТРЕНО**

на заседании МО

\_\_\_\_\_  
М.В. Левашова  
Протокол № \_\_  
от «\_\_» августа 2023 г.

**СОГЛАСОВАНО**

на педагогическом  
совете

\_\_\_\_\_  
Протокол № 14 от «24»  
августа 2023 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор

\_\_\_\_\_  
М.А. Вяткина  
Приказ № 138-ОД от «24»  
августа 2023<sup>д</sup> г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

(ID 3349207)

**учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа.**

**Базовый уровень»**

для обучающихся 10-11 классов



## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Рабочая программа учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» базового уровня для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

## **ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА**

Курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе старшей школы, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление учащихся на уровне, необходимом для освоения курсов информатики, обществознания, истории, словесности. В рамках данного курса учащиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их в повседневной жизни. В тоже время овладение абстрактными и логически строгими математическими конструкциями развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность утверждения, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление. В ходе изучения алгебры и начал математического анализа в старшей школе учащиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций и интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и в искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности,

требующей самостоятельности, аккуратности, продолжительной концентрации внимания и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

Структура курса «Алгебра и начала математического анализа» включает следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения в старшей школе, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин: алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств и др. По мере того как учащиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные в курсе «Алгебра и начала математического анализа», для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать полученный результат.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато в основной школе. В старшей школе особое внимание уделяется формированию прочных вычислительных навыков, включающих в себя использование различных форм записи действительного числа, умение рационально выполнять действия с ними, делать прикидку, оценивать результат. Обучающиеся получают навыки приближённых вычислений, выполнения действий с числами, записанными в стандартной форме, использования математических констант, оценивания числовых выражений.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения в старшей школе, поскольку в каждом разделе программы предусмотрено решение соответствующих задач. Обучающиеся овладевают различными методами решения целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем. Полученные умения используются при исследовании функций с помощью производной, решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования целых, рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений,

содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления учащихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, у которых появляется возможность исследовать и строить графики функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» в основном посвящена элементам теории множеств. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают

наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины в единое целое. Поэтому важно дать возможность школьнику понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей.

В курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют также основы математического моделирования, которые призваны сформировать навыки построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа и интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач учащиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем курса «Алгебра и начала математического анализа».

## **МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

В учебном плане на изучение курса алгебры и начал математического анализа на базовом уровне отводится 2 часа в неделю в 10 классе и 3 часа в неделю в 11 классе, всего за два года обучения – 170 часов.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

## 10 КЛАСС

### **Числа и вычисления**

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени.

Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента.

### **Уравнения и неравенства**

Тождества и тождественные преобразования.

Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы.

Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов.

Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств.

Решение иррациональных уравнений и неравенств.

Решение тригонометрических уравнений.

Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

### **Функции и графики**

Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня  $n$ -ой степени.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

### **Начала математического анализа**

Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

### **Множества и логика**

Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера—Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, следствие, доказательство.

## **11 КЛАСС**

### **Числа и вычисления**

Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел.

Степень с рациональным показателем. Свойства степени.

Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы.

### **Уравнения и неравенства**

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем.

Примеры тригонометрических неравенств.

Показательные уравнения и неравенства.

Логарифмические уравнения и неравенства.

Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений.

Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

### **Функции и графики**

Функция. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Использование графиков функций для решения уравнений и линейных систем.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

### **Начала математического анализа**

Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств.

Производная функции. Геометрический и физический смысл производной.

Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного функций.

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная. Таблица первообразных.

Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона—Лейбница.

## **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

### **ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными *познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные **познавательные** действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### **10 КЛАСС**

#### **Числа и вычисления**

Оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты.

Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами.

Выполнять приближённые вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений.

Оперировать понятиями: степень с целым показателем; стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции.

#### **Уравнения и неравенства**

Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство; целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство; тригонометрическое уравнение;

Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения.

Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств.

Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

### **Функции и графики**

Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции.

Оперировать понятиями: чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства.

Использовать графики функций для решения уравнений.

Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем.

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами.

### **Начала математического анализа**

Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Задавать последовательности различными способами.

Использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера.

### **Множества и логика**

Оперировать понятиями: множество, операции над множествами.

Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство.

## **11 КЛАСС**

### **Числа и вычисления**

Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач.

Оперировать понятием: степень с рациональным показателем.

Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы.

## **Уравнения и неравенства**

Применять свойства степени для преобразования выражений; оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств.

Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств.

Находить решения простейших тригонометрических неравенств.

Оперировать понятиями: система линейных уравнений и её решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач.

Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств.

Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

## **Функции и графики**

Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функции, заданной графиком.

Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств.

Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений.

Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин.

## **Начала математического анализа**

Оперировать понятиями: непрерывная функция; производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций.

Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков.

Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла.

Находить первообразные элементарных функций; вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница.

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ  
10 КЛАСС**

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства	14	1		
2	Функции и графики. Степень с целым показателем	6			
3	Арифметический корень $n$ -ой степени. Иррациональные уравнения и неравенства	18	1		
4	Формулы тригонометрии. Тригонометрические уравнения	22	1		
5	Последовательности и прогрессии	5			
6	Повторение, обобщение, систематизация знаний	3	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		68	4	0	

## 11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Степень с рациональным показателем. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства	12	1		
2	Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	12			
3	Тригонометрические функции и их графики. Тригонометрические неравенства	9	1		
4	Производная. Применение производной	24	1		
5	Интеграл и его применения	9			
6	Системы уравнений	12	1		
7	Натуральные и целые числа	6			
8	Повторение, обобщение, систематизация знаний	18	2		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	6	0	



**ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**  
**10 КЛАСС**

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера—Венна	1			
2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби	1			
3	Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений	1			
4	Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни	1			
5	Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни	1			
6	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа	1			
7	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа	1			
8	Арифметические операции с действительными числами	1			
9	Приближённые вычисления, правила	1			

	округления, прикидка и оценка результата вычислений				
10	Тождества и тождественные преобразования	1			
11	Уравнение, корень уравнения	1			
12	Неравенство, решение неравенства	1			
13	Метод интервалов	1			
14	Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств	1			
15	Контрольная работа по теме "Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенств"	1	1		
16	Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции	1			
17	График функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства	1			
18	Чётные и нечётные функции	1			
19	Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа	1			
20	Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных	1			
21	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график	1			
22	Арифметический корень натуральной	1			

	степени				
23	Арифметический корень натуральной степени	1			
24	Свойства арифметического корня натуральной степени	1			
25	Свойства арифметического корня натуральной степени	1			
26	Свойства арифметического корня натуральной степени	1			
27	Действия с арифметическими корнями $n$ -ой степени	1			
28	Действия с арифметическими корнями $n$ -ой степени	1			
29	Действия с арифметическими корнями $n$ -ой степени	1			
30	Действия с арифметическими корнями $n$ -ой степени	1			
31	Действия с арифметическими корнями $n$ -ой степени	1			
32	Решение иррациональных уравнений и неравенств	1			
33	Решение иррациональных уравнений и неравенств	1			
34	Решение иррациональных уравнений и неравенств	1			
35	Решение иррациональных уравнений и неравенств	1			
36	Решение иррациональных уравнений и	1			

	неравенств				
37	Свойства и график корня n-ой степени	1			
38	Свойства и график корня n-ой степени	1			
39	Контрольная работа по теме "Арифметический корень n-ой степени. Иррациональные уравнения и неравенства"	1	1		
40	Синус, косинус и тангенс числового аргумента	1			
41	Синус, косинус и тангенс числового аргумента	1			
42	Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента	1			
43	Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента	1			
44	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента	1			
45	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента	1			
46	Основные тригонометрические формулы	1			
47	Основные тригонометрические формулы	1			
48	Основные тригонометрические формулы	1			
49	Основные тригонометрические формулы	1			
50	Преобразование тригонометрических выражений	1			

51	Преобразование тригонометрических выражений	1			
52	Преобразование тригонометрических выражений	1			
53	Преобразование тригонометрических выражений	1			
54	Преобразование тригонометрических выражений	1			
55	Решение тригонометрических уравнений	1			
56	Решение тригонометрических уравнений	1			
57	Решение тригонометрических уравнений	1			
58	Решение тригонометрических уравнений	1			
59	Решение тригонометрических уравнений	1			
60	Решение тригонометрических уравнений	1			
61	Контрольная работа по теме "Формулы тригонометрии. Тригонометрические уравнения"	1	1		
62	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности	1			
63	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера	1			
64	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии	1			
65	Формула сложных процентов	1			

66	Формула сложных процентов	1			
67	Обобщение, систематизация знаний за курс алгебры и начал математического анализа 10 класса	1			
68	Итоговая контрольная работа	1	1		
69	Обобщение, систематизация знаний за курс алгебры и начал математического анализа 10 класса	1			
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		69	4	0	

## 11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Степень с рациональным показателем	1				
2	Свойства степени	1				
3	Преобразование выражений, содержащих рациональные степени	1				
4	Преобразование выражений, содержащих рациональные степени	1				
5	Преобразование выражений, содержащих рациональные степени	1				
6	Показательные уравнения и неравенства	1				
7	Показательные уравнения и неравенства	1				
8	Показательные уравнения и неравенства	1				
9	Показательные уравнения и неравенства	1				
10	Показательные уравнения и неравенства	1				
11	Показательная функция, её свойства и график	1				
12	Контрольная работа по теме "Степень с рациональным показателем. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства"	1	1			
13	Логарифм числа	1				
14	Десятичные и натуральные логарифмы	1				

15	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
16	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
17	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
18	Преобразование выражений, содержащих логарифмы	1				
19	Логарифмические уравнения и неравенства	1				
20	Логарифмические уравнения и неравенства	1				
21	Логарифмические уравнения и неравенства	1				
22	Логарифмические уравнения и неравенства	1				
23	Логарифмическая функция, её свойства и график	1				
24	Логарифмическая функция, её свойства и график	1				
25	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
26	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
27	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				
28	Тригонометрические функции, их свойства и графики	1				

29	Примеры тригонометрических неравенств	1				
30	Примеры тригонометрических неравенств	1				
31	Примеры тригонометрических неравенств	1				
32	Примеры тригонометрических неравенств	1				
33	Контрольная работа по теме "Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства. Тригонометрические функции и их графики. Тригонометрические неравенства"	1	1			
34	Непрерывные функции	1				
35	Метод интервалов для решения неравенств	1				
36	Метод интервалов для решения неравенств	1				
37	Производная функции	1				
38	Производная функции	1				
39	Геометрический и физический смысл производной	1				
40	Геометрический и физический смысл производной	1				
41	Производные элементарных функций	1				
42	Производные элементарных функций	1				

43	Производная суммы, произведения, частного функций	1				
44	Производная суммы, произведения, частного функций	1				
45	Производная суммы, произведения, частного функций	1				
46	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
47	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
48	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
49	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы	1				
50	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	1				
51	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	1				
52	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	1				
53	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	1				
54	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	1				

55	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	1				
56	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком	1				
57	Контрольная работа по теме "Производная. Применение производной"	1	1			
58	Первообразная. Таблица первообразных	1				
59	Первообразная. Таблица первообразных	1				
60	Интеграл, геометрический и физический смысл интеграла	1				
61	Интеграл, геометрический и физический смысл интеграла	1				
62	Интеграл, геометрический и физический смысл интеграла	1				
63	Вычисление интеграла по формуле Ньютона—Лейбница	1				
64	Вычисление интеграла по формуле Ньютона—Лейбница	1				
65	Вычисление интеграла по формуле Ньютона—Лейбница	1				
66	Вычисление интеграла по формуле Ньютона—Лейбница	1				
67	Системы линейных уравнений	1				
68	Системы линейных уравнений	1				
69	Решение прикладных задач с помощью	1				

	системы линейных уравнений					
70	Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений	1				
71	Системы и совокупности целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств	1				
72	Системы и совокупности целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств	1				
73	Системы и совокупности целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств	1				
74	Системы и совокупности целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств	1				
75	Использование графиков функций для решения уравнений и систем	1				
76	Использование графиков функций для решения уравнений и систем	1				
77	Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни	1				
78	Контрольная работа по теме "Интеграл и	1	1			

	его применения. Системы уравнений"					
79	Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни	1				
80	Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни	1				
81	Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни	1				
82	Признаки делимости целых чисел	1				
83	Признаки делимости целых чисел	1				
84	Признаки делимости целых чисел	1				
85	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Уравнения	1				
86	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Уравнения	1				
87	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Уравнения	1				
88	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Уравнения	1				
89	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Уравнения	1				
90	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Уравнения	1				
91	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Неравенства	1				
92	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Неравенства	1				
93	Повторение, обобщение, систематизация	1				

	знаний. Неравенства					
94	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Неравенства	1				
95	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Системы уравнений	1				
96	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Системы уравнений	1				
97	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Функции	1				
98	Повторение, обобщение, систематизация знаний. Функции	1				
99	Итоговая контрольная работа	1	1			
100	Итоговая контрольная работа	1	1			
101	Обобщение, систематизация знаний за курс алгебры и начал математического анализа 10-11 классов	1				
102	Обобщение, систематизация знаний за курс алгебры и начал математического анализа 10-11 классов	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	6	0		

Контрольные работы.

10 класс, модуль «Алгебра»

Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа» (1ч)

Вариант 1

1. Найдите остаток от деления на 11 числа 437.
2. Запишите периодическую дробь  $0,(87)$  в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните числа  $\sqrt{3} + \sqrt{15}$  и  $3\sqrt{2}$ .
4. Решите уравнение  $x^2 + 1 - 6x = 2|x - 3|$ .

---

5. Решите неравенство  $|x^2 - 8| \leq 2x$ .

---

6. Постройте график функции  $y = |-2 - |x + 5||$ .

Вариант 2

1. Найдите остаток от деления на 19 числа 671.
2. Запишите периодическую дробь  $0,(35)$  в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните числа  $\sqrt{17} + \sqrt{2}$  и  $\sqrt{19}$ .
4. Решите уравнение  $x^2 + 6x + 7 = |x + 3|$ .

---

5. Решите неравенство  $|x^2 - 10| > 9x$ .

---

6. Постройте график функции  $y = |1 - |x + 3||$ .

**Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа» (1ч)**

**Вариант 3**

1. Найдите остаток от деления на 13 числа 371.
2. Запишите периодическую дробь  $0,21(8)$  в виде обыкновенной дроби.
3. Расположите следующие числа в порядке возрастания:  $-\sqrt{19}$ ;  $-2\pi$ ;  $-\sqrt{2}-\sqrt{17}$  .
4. Решите уравнение  $x^2 + 4x = 4 + 2|x + 2|$ .

---

5. Найдите все двузначные нечетные делители числа 2184.

---

6. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$ .

**Вариант 4**

1. Найдите остаток от деления на 17 числа 392.
2. Запишите периодическую дробь  $2,35(7)$  в виде обыкновенной дроби.
3. Расположите следующие числа в порядке убывания:  $-\sqrt{17}$ ;  $-1,5\pi$ ;  $-\sqrt{2}-\sqrt{15}$  .
4. Решите уравнение  $x^2 + 34 = 12x + |x - 6|$ .

---

5. Найдите все двузначные четные делители числа 2772

---

6. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ .

**Контрольная работа № 2 по теме «Числовые функции». (2ч)**

**Вариант 1**

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
  - б) вычислите значения функции в точках  $-2; 1; 5$ ;
  - в) постройте график функции;
  - г) найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию  $y = 3|x| - x^2$  на чётность.
3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 3$ . Известно, что  $f(x) = 2 - x$ , если  $0 < x \leq 3$ .

- а) Постройте график функции; б) найдите нули функции;
  - в) найдите её наибольшее и наименьшее значения.
4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определённой на открытом луче  $(-\infty; 0)$ .
5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f\left(\frac{6x^2 + x + 9}{x^2 + 3}\right) \leq f(5)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = x^2 + 5$ ,  $x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 21} + \dots + \frac{1}{71 \cdot 76}$ .

**Контрольная работа № 2 по теме «Числовые функции». (2ч)**

**Вариант 2**

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ -x^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ -4, & 2 \leq x \leq 5; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 1, \\ x+1, & 1 \leq x < 4? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках  $-3$ ;  $2$ ;  $6$ ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = \sqrt{x-2} + x^3$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 2x + 4$ , если  $-3 < x \leq -1$ .

- а) Постройте её график функции;
- б) найдите нули функции;
- в) найдите её наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции, определённой на луче  $(-\infty; 0]$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f\left(\frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1}\right) > f(2)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = 3 - x^2$ ,  $x \geq 0$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Вычислите:  $\frac{1}{1 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 25} + \dots + \frac{1}{91 \cdot 97}$ .

**Контрольная работа № 2 по теме «Числовые функции». (2ч)**

**Вариант 3**

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ , если:

$$1) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 + (x-1)^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2, & x \geq 2; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x^2, & -2 \leq x \leq -1, \\ x+2, & x \geq -1? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

а) найдите область определения функции;

б) вычислите значения функции в точках 0; 1,5; 10;

в) постройте график функции;

г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = x^2|x^3| + x^4$  на четность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 4$ . Известно, что

$$f(x) = 3 - x^2, \text{ если } -2 < x \leq 2.$$

а) Постройте график функции;      б) найдите нули функции;

в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , определенной при всех  $x \geq 0$ , кроме точки  $x = 2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  возрастает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f(|x-2|) \leq f(|x+4|)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = \frac{4x-5}{2x+4}$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbf{N}$  справедливо равенство  $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$ .

**Контрольная работа № 2 по теме «Числовые функции». (2ч)**

**Вариант 4**

1. Задаёт ли указанное правило функцию  $y = f(x)$ :

$$1) f(x) = \begin{cases} x-3, & x \leq 1, \\ -x^2, & 1 \leq x < 3; \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq -1, \\ \sqrt{x+1}, & -1 < x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x \leq 2? \end{cases}$$

В случае положительного ответа:

- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках  $-0,75$ ;  $0$ ;  $3$ .
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.

2. Исследуйте функцию  $y = 3x^3 - 4x^5 + \frac{1}{x^2}$  на чётность.

3.  $y = f(x)$  – периодическая функция с периодом  $T = 2$ . Известно, что  $f(x) = 1 - |x|$ , если  $-1 < x \leq 1$ .

- а) Постройте график функции;
- б) найдите нули функции;
- в) найдите ее наибольшее и наименьшее значения.

4. Придумайте пример аналитически заданной функции  $y = f(x)$ , определенной при всех  $x \leq 0$ , кроме точки  $x = -2$ .

5. Известно, что функция  $y = f(x)$  убывает на  $\mathbf{R}$ . Решите неравенство  $f(|2x-3|) \geq f(|x+2|)$ .

---

6. Найдите функцию, обратную функции  $y = \frac{2x-4}{x+1}$ . Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.

---

7. Докажите, что для любого  $n \in \mathbf{N}$  справедливо равенство

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3) = \frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4).$$

Контрольная работа № 3 по теме «Тригонометрические функции». (1ч)

Вариант 1

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1\left(-\frac{5\pi}{6}\right) P_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$  точки  $M_1(-1; 0)$ ,  $M_2(0; -1)$ ,  $M_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin \frac{13\pi}{6}$ ;  $\cos(405^\circ)$ ;  $tg\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $ctg\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ .
3. Вычислите  $ctg(t-3\pi)$ ;  $\sin(t+2\pi)$ ;  $tg(t-\pi)$ , если  $\cos(t+2\pi) = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .
4. Решите неравенство: а)  $\cos t > \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin t \leq \frac{1}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin x + \cos x$ ; б)  $y = x^2 + |\sin x|$ .

---

7. Сравните числа  $a = \cos 6$ ,  $b = \cos 7$ .

---

8. Решите неравенство  $|x - 2\pi| \leq \cos x - 1$ .

Вариант 2

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли дуге  $P_1\left(-\frac{\pi}{2}\right) P_2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$  точки  $M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ,  $M_2(0; 1)$ ,  $M_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M_4\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ?
2. Вычислите:  $\sin 420^\circ$ ;  $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ ;  $tg\left(\frac{31\pi}{3}\right)$ ;  $ctg(-330^\circ)$ .
3. Вычислите  $\cos(t+4\pi)$ ;  $ctg(t-3\pi)$ ;  $tg(t)$ , если  $\sin(t+2\pi) = -\frac{3}{5}$ ,  $-\frac{\pi}{2} < t < 0$ .
4. Решите неравенство: а)  $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. Постройте график функции  $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .
6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:  
а)  $y = \sin x + ctgx$ ; б)  $y = x^2 + \sin x$ .

---

7. Сравните числа  $a = \sin 7,5$ ,  $b = \cos 7,5$ .

---

8. Решите неравенство  $\sin x \geq \left|x - \frac{\pi}{2}\right| + 1$ .

Контрольная работа № 3 по теме «Тригонометрические функции». (1ч)

Вариант 3

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $xOy$ . Принадлежат ли

дуге  $P_1\left(\frac{\pi}{4}\right) P_2\left(\frac{5\pi}{3}\right)$  точки  $M_1(1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,

$M_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $M_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?

2. Вычислите:  $\sin 315^\circ$ ;  $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ ;  $tg\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ ;  $ctg\left(\frac{29\pi}{2}\right)$ .

3. Вычислите  $\cos(t-2\pi)$ ;  $\sin(-t+4\pi)$ ;  $tg(t-\pi)$ , если  $ctg(t+\pi)=3$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .

4. Решите неравенство: а)  $\sin t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а)  $y = \cos x + |ctgx|$ ; б)  $y = x^3 + x^5 + \sin 2x$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:  $\cos 7,5$ ;  $\sin 6$ ;  $\cos 6$ .

---

8. При каком значении параметра  $a$  уравнение  $|\sin x| = -x^2 + a$  имеет единственный корень? Чему он равен?

Вариант 4

1. Центр окружности единичного радиуса совпадает с началом координат плоскости  $XOY$ . Принадлежат ли дуге  $P_1\left(-\frac{2\pi}{3}\right) P_2(\pi)$  точки  $M_1(1; 0)$ ,  $M_2\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,

$M_3(-1; 0)$ ,  $M_4\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,

$M_3(-1; 0)$ ,  $M_4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ?

2. Вычислите:  $\sin\left(-\frac{49\pi}{2}\right)$ ;  $\cos\left(-\frac{19\pi}{2}\right)$ ;  $tg\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ ;  $ctg(225^\circ)$ .

3. Вычислите:  $\cos(t-2\pi)$ ;  $ctg(-t)$ ;  $\sin(t)$ , если

$$tg(t) = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi.$$

4. Решите неравенство: а)  $\sin t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\cos t > -\frac{1}{2}$ .

5. Постройте график функции  $y = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + x\right) - 1$ .

6. Исследуйте функцию на четность и периодичность; укажите основной период, если он существует:

а)  $y = \sin 2x + \cos x$ ; б)  $y = \frac{x^4}{3} + \sin x$ .

---

7. Расположите в порядке возрастания следующие числа:  $\cos 3$ ;  $\sin 2$ ;  $\sin 3$ .

---

**Контрольная работа № 4 по теме «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства». (2ч)**

**Вариант 1**

1. Вычислите:

а)  $5 \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ; б)  $\sin \left( 4 \arccos \left( -\frac{1}{2} \right) - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$ .

2. Постройте график функции  $y = 2 \sin 3x$ .

3. Решите уравнение: а)  $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0$ ;

б)  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\sin \left( 3x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$ ,

принадлежащие промежутку  $[-2\pi; \pi)$ .

5. Постройте график функции  $y = \arcsin(x+1) - 1$ .

---

6. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq -\frac{1}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin(3x^2 - 1) = \arcsin(10x - 4)$ .

8. При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\cos x = x^2 + a$  имеет единственный корень? Чему он равен?

**Вариант 2**

1. Вычислите:

а)  $\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \arccos \left( -\frac{1}{2} \right)$ ; б)  $\sin \left( 2 \arccos \left( \frac{1}{2} \right) + 3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} \right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos 3x$ .

3. Решите уравнение: а)  $2 \sin x - 3 \cos^2 x + 2 = 0$ ;

б)  $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\cos \left( 4x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

принадлежащие промежутку  $[-\pi; \pi)$ .

5. Постройте график функции  $y = \arccos(x-1) + 1$ .

---

6. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \sin x \leq 0, \\ \sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arccos(2x^2 - 1) = \arccos(3x + 1)$ .

Контрольная работа № 4 по теме «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства». (2ч)

Вариант 3

1. Вычислите:

а)  $\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 4 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{tg}\left(5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \sin \frac{1}{2} x$ .

3. Решите уравнение: а)  $3 \sin^2 2x + 2 \sin 2x - 1 = 0$ ;

б)  $4 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ ,

принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi)$ .

5. Постройте график функции  $y = 2 \arcsin\left(x - \frac{1}{2}\right)$ .

---

6. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x > -\frac{1}{7}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \operatorname{ctgx} > -1, \\ \cos x \leq \frac{3}{5}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arcsin \sqrt{x-5} = \arcsin(3 - \sqrt{10-x})$ .

Вариант 4

1. Вычислите:

а)  $2 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\operatorname{ctg}\left(2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ .

2. Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{3} x$ .

3. Решите уравнение: а)  $6 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$ ;

б)  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ .

4. Найдите корни уравнения  $\cos\left(\frac{4x}{3} - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

принадлежащие промежутку  $[-2\pi; 2\pi)$ .

5. Постройте график функции  $y = \frac{1}{3} \arccos(x+1)$ .

---

6. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \cos x \leq \frac{1}{2}, \\ \sin x > -\frac{2}{3}; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \operatorname{tgx} \leq \sqrt{3}, \\ \sin x > \frac{1}{3}. \end{cases}$

---

7. Решите уравнение  $\arccos \sqrt{4-x} = \arccos(3 - \sqrt{5+x})$ .

**Контрольная работа №5 по теме «Преобразование тригонометрических выражений». (2ч)**

**Вариант 1**

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg}^2 x$ ,

б)  $\cos x + \cos 2x + \cos 6x + \cos 7x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{5x}{2} \cos 4x$ .

2. Упростите выражение  $\frac{\sin x}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)(1 + \sin x)}$ .

3. Вычислите  $2 \sin 3x \cos 5x - \sin 8x$ , если  $\sin x - \cos x = 0,9$ .

4. Найдите  $\cos^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\sqrt{15}}$ ,  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$ , принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

6. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3}$ ,    б)  $\sin 2x + 2 \operatorname{ctg} x = 3$ .

---

7. Вычислите  $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{3}{5}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $5 \sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$ .

**Вариант 2**

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{\cos 2x + \sin^2 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x$ ,

б)  $\sin 9x + \sin 10x + \sin 11x + \sin 12x = 4 \cos \frac{x}{2} \cos x \sin \frac{21x}{2}$ .

2. Упростите выражение  $1 + \frac{\cos 4x}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)}$ .

3. Вычислите  $2 \sin 5x \cos 3x - \sin 8x$ , если  $\sin x + \cos x = \sqrt{0,6}$ .

4. Найдите  $\sin^2 \frac{x}{2}$ , если  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2\sqrt{6}$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

5. Найдите корни уравнения  $\sin 10x \sin 2x = \sin 8x \sin 4x$ , принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

6. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$ ;    б)  $\sin 2x + \operatorname{tg} x = 2$ .

---

7. Вычислите  $\operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\frac{4}{5}\right) + \operatorname{arccot}(-1)\right)$ .

---

8. Решите уравнение  $-5 \sin 2x - 16(\sin x - \cos x) + 8 = 0$ .

**Контрольная работа №5 по теме «Преобразование тригонометрических выражений». (2ч)**

**Вариант 3**

1. Докажите тождество:

а)  $\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} = \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2},$

б)  $\cos 2x - \cos 3x - \cos 4x + \cos 5x = -4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{7x}{2} \sin x.$

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$

3. Вычислите  $2 \sin 3x \sin 2x + \cos 5x,$  если  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,6}.$

4. Найдите  $\operatorname{ctg} 2\left(\frac{\pi}{4} + x\right),$  если  $\sin x = -\frac{15}{17}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\sin 5x + \sin x = \sqrt{3} \cos 2x,$  принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right].$

6. Решите уравнение: а)  $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3};$

б)  $1 + \cos x = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.$

---

7. Вычислите  $\sin\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2} - \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})\right).$

---

8. Решите уравнение  $\sqrt{1 - 2 \sin 4x} = -\sqrt{6} \cos 2x.$

**Вариант 4**

1. Докажите тождество:

а)  $\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x \cos 2x - 1 = -\operatorname{tg}^2 x,$

б)  $\sin 4x - \sin 5x - \sin 6x + \sin 7x = -4 \sin \frac{x}{2} \sin x \sin \frac{11x}{2}.$

2. Упростите выражение  $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right).$

3. Вычислите  $2 \cos 3x \cos 4x - \cos 7x,$  если  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{0,8}.$

4. Найдите  $\operatorname{tg} 2x,$  если  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{12}{13}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right).$

5. Найдите корни уравнения  $\cos 5x - \cos 9x + \sqrt{3} \sin 2x = 0,$  принадлежащие промежутку  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right].$

6. Решите уравнение:

7. а)  $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 1;$  б)  $2 + \cos x = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$

---

7. Вычислите  $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arcctg}(-3)\right).$

---

8. Решите уравнение  $\sqrt{1 - 3 \sin 6x} = -2\sqrt{2} \cos 3x.$

**Контрольная работа № 7 по теме «Вычисление производных». (2ч)**

**Вариант 1**

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{3n-6}{10}$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n+30}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 2}{3n^2 + 6n + 12}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^3}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:  
а)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ ; б)  $y = \sqrt{x} + \sin \frac{x}{2} + x^2 \operatorname{tg} 2x$ ; в)  $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}$ .
6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \sin^2 x$  в точке  $x = -\frac{\pi}{4}$ .

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{2x}$  удовлетворяет соотношению  $\frac{1}{y^3} + y'' = 0$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции  $y = \frac{x}{2x-1}$  в точке  $x = -1$ .

**Вариант 2**

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой  $x_n = \frac{2n+5}{3}$ .
2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{3n-1}{n}$  на ограниченность и на монотонность.
3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 7}{6n^2 + 8n + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ .
4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \frac{1}{x^2}$ .
5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:  
а)  $y = \frac{x^5}{5} - \frac{2}{3}x^3 + x - 7$ ; б)  $y = \sqrt{x} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + x^2 \cos 2x$ ; в)  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$ .
6. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \cos^2 x$  в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ .

---

7. Докажите, что функция  $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$  удовлетворяет соотношению  $4(y')^3 + y'' = 0$ .

---

8. Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции  $y = \frac{2}{x} - \frac{8}{x^3} + x$  в точке  $x = 2$ .

Контрольная работа № 7 по теме «Вычисление производных». (2ч)

Вариант 3

1. Вычислите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой

$$x_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}.$$

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2}$  на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 + n - 5}{2n^3 - 5n + 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1 + 2x}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$а) y = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}}; б) y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x; в) y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 2x}.$$

6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции  $y = \frac{1}{2}x^2$  в точке с абсциссой  $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , с осью абсцисс.

7. Докажите, что функция  $y = -5 \cos 2x$  удовлетворяет соотношению  $\left(\frac{y'''}{40}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$ .

8. Найдите значение параметра  $a$ , при котором касательная к графику функции  $y = a \sin x + a$  в точке с абсциссой  $x = \frac{\pi}{6}$  параллельна прямой  $y = x$ . Напишите уравнение этой касательной.

Вариант 4

1. Напишите первый, тридцатый и сотый члены последовательности, если ее  $n$ -й член задается формулой

$$x_n = 5 + 5(-1)^n.$$

2. Исследуйте последовательность  $x_n = \frac{n^2 + 3}{2n^2}$  на ограниченность и на монотонность.

3. Вычислите: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-7n^4 + 6n^2 - 1}{8n^4 - n + 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ .

4. Пользуясь определением, выведите формулу дифференцирования функции  $y = \sqrt{1 - 3x}$ .

5. Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производную функции:

$$а) y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}; б) y = \sqrt{x} \cos x; в) y = \sqrt[3]{1 + \sin^2 6x}.$$

6. Найдите угол, образованный касательной к графику функции  $y = 5 - \frac{1}{2}x^2$  в точке с абсциссой  $x = -\sqrt{3}$ , с осью абсцисс.

7. Докажите, что функция  $y = 3 \sin 3x$  удовлетворяет соотношению  $\left(\frac{y'''}{27}\right)^2 = 9 - y^2$ .

8. Найдите значения параметра  $a$ , при которых касательная к графику функции  $y = \cos 7x + 7 \cos x$  в точке с абсциссой  $a$  параллельна касательной к этому графику в точке с абсциссой  $\frac{\pi}{6}$ .

**Контрольная работа № 8 по теме «Применения производной». (2ч)**

*Вариант 1*

1. Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2}{x-2}$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = 3x^2 - x^3$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$  на отрезке  $[-1; 1]$ .
4. В полукруг радиуса 6 см вписан прямоугольник. Чему равна наибольшая площадь прямоугольника?

---

5. Докажите, что при  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  справедливо неравенство  $\cos x + x \sin x > 1$ .

---

6. При каких значениях параметра  $a$  функция  $y = 2ax^3 + 9x^2 + 54ax + 66$  убывает на всей числовой прямой?

*Вариант 2*

1. Исследуйте функцию  $y = \frac{3+x^2}{x+2}$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = x^3 - x^2$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$  на отрезке  $[-1; 3]$ .
4. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом  $60^\circ$  вписан прямоугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

---

5. Докажите, что при  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  справедливо неравенство  $\sin x > x \cos x$ .

---

6. При каких значениях параметра  $a$  функция  $y = \frac{5}{3}ax^3 - 30x^2 + 5(a+9)x - 7$  возрастает на всей числовой прямой?

**Контрольная работа № 8 по теме «Применения производной». (2ч)**

*Вариант 3*

1. Исследуйте функцию  $y = 4\sqrt{x}(2 - x)$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = \frac{x^3}{3} + 4x^2 - 15x$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x - \cos 2x$  на отрезке  $[-\pi; 0]$ .
4. Периметр параллелограмма с острым углом  $60^\circ$  равен 8 см. Чему равна наибольшая площадь такого параллелограмма?

- 
5. Докажите, что при  $x > 0$  справедливо неравенство

$$\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$$

- 
6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции

$$y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$$
 равно 3?

*Вариант 4*

1. Исследуйте функцию  $y = 2x\sqrt{1-x}$  на монотонность и экстремумы.
2. Постройте график функции  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x$ .
3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \frac{1}{2}x - \sin x$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ .
4. В треугольник с основанием  $a$  и высотой  $h$  вписан прямоугольник так, что одна его сторона принадлежит основанию треугольника. Чему равна наибольшая площадь такого прямоугольника?

- 
5. Докажите, что при  $x > 3$  справедливо неравенство  $4x(x^2 + 6) > 15(x^2 + 3)$ .

- 
6. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее на отрезке  $[0; 2]$  значение функции  $y = x^2 + (a + 4)x + 2a + 3$  равно - 4?

*Контрольная работа № 9 по теме « Комбинаторика и вероятность». (1ч)*

*Вариант 1*

1. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов?
  2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь нечетное число раз?
  3. Решите уравнение  $C_x^{x-2} + 2x = 9$ .
  4. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты. Какова вероятность извлечь при этом 2 туза?
- 

- 
5. На прямой взяты 8 точек, а на параллельной ей прямой – 5 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?
- 

6. В разложении бинома  $\left(\sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)^n$  коэффициент третьего члена на 44 больше коэффициента второго члена. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

*Вариант 2*

1. В яхт-клубе состоит 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?
  2. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь 1 раз?
  3. Решите уравнение  $C_{x-1}^{x-2} = x^2 - 13$ .
  4. Из колоды в 36 карт вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что все они тузы?
- 

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 8-угольника, но стороны не совпадают со сторонами этого n-угольника?
- 

6. Сумма биномиальных коэффициентов разложения бинома  $\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2nx^2}\right)^n$  равна 64. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

## Контрольная работа № 10 (1 час)

### Вариант 3

1. Из 30 членов спортивного клуба надо не только составить команду из 4 человек для участия в четырехэтапной эстафете, но и определить порядок выхода спортсменов на этапы. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3 при условии, что цифры могут повторяться?
3. Решите уравнение  $A_{x-1}^2 - C_x^1 = 79$ .
4. В урне находится 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность того, что вынутые из нее наудачу два шара окажутся белыми?

---

5. На прямой взяты 6 точек, а на параллельной ей прямой – 7 точек. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются данные точки?

- 
6. В разложении бинома  $\left(x^2 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^2 \sqrt{x}}\right)^n$  биномиальный коэффициент пятого члена относится к биномиальному коэффициенту третьего члена, как 1:2. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

### Вариант 4

1. В городской думе 30 человек. Из них надо выбрать председателя и трех его заместителей. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,0 при условии, что каждая цифра может содержаться в записи числа лишь 1 раз?
3. Решите уравнение  $A_x^3 - 6C_x^{x-2} = 0$ .
4. В урне находится 2 белых, 3 красных и 16 черных шаров. Какова вероятность того, что из вынутых из нее наудачу двух шаров один окажется белым, а другой красным?

---

5. Сколько существует треугольников, у которых вершины являются вершинами данного выпуклого 10-угольника?

- 
6. В разложении бинома  $\left(x \cdot \sqrt[4]{x} - \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}\right)^n$  сумма биномиальных коэффициентов второго члена от начала и третьего члена от конца равна 78. Найдите член, не зависящий от  $x$ .

10 класс, модуль «Геометрия»

**Контрольная работа № 1 «Аксиомы стереометрии».**

*Вариант 1*

1. Точки  $K, M, P, T$  не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые  $KM$  и  $PT$  пересекаться?
2. Через точки  $A, B$  и середину  $M$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1, B_1, M_1$  соответственно. Найдите длину отрезка  $MM_1$ , если  $AA_1 = 13$  м,  $BB_1 = 7$  м, причем отрезок  $AB$  не пересекает плоскость  $\alpha$ .
3. Точка  $P$  не лежит в плоскости трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков  $PB$  и  $PC$ , параллельна средней линии трапеции.

*Вариант 2*

1. Прямые  $EN$  и  $KM$  не лежат на одной плоскости. Могут ли прямые  $EM$  и  $NK$  пересекаться? (Ответ обоснуйте.)
2. Через точки  $A, B$  и середину  $M$  отрезка  $AB$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1, B_1, M_1$  соответственно. Найдите длину отрезка  $MM_1$ , если  $AA_1 = 3$  м,  $BB_1 = 17$  м, причем отрезок  $AB$  не пересекает плоскость  $\alpha$ .
3. Точка  $E$  не лежит в плоскости параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков  $EA$  и  $EB$ , параллельна стороне  $CD$ .

**Контрольная работа №2 по теме «Параллельность в пространстве». (1ч)**

**Вариант 1**

1. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны, причем плоскость  $\alpha$  пересекает некоторую прямую  $a$ . Докажите, что и плоскость  $\beta$  пересекает прямую  $a$ .
2. Точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости, точки  $K, M, P$  — середины отрезков  $AB, BC, CD$ . Докажите, что плоскость  $KMP$  параллельна прямым  $AC$  и  $BD$ .
3. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка  $P$ . Две прямые, проходящие через точку  $P$ , пересекают ближнюю к точке  $P$  плоскость в точках  $A_1$  и  $A_2$ , а дальнюю — в точках  $B_1$  и  $B_2$  соответственно. Найдите длину отрезка  $B_1B_2$ , если  $A_1A_2 = 6$  см и  $PA_1 : A_1B_1 = 3:2$ .
4. Постройте проекцию квадрата  $ABCD$ , зная проекции его вершин  $A, B$  и точки пересечения диагоналей  $O$ : точки  $A_1, B_1$  и  $O_1$ .

**Вариант 2**

1. Прямые  $a$  и  $b$  параллельны, причем прямая  $a$  пересекает некоторую плоскость  $\alpha$ . Докажите, что и прямая  $b$  пересекает плоскость  $\alpha$ .
2. Точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости, точки  $K, M, P$  — середины отрезков  $AB, AC, AD$ . Докажите, что плоскости  $KMP$  и  $BSC$  параллельны.
3. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка  $K$ . Две прямые, проходящие через точку  $K$ , пересекают ближнюю к точке  $K$  плоскость в точках  $A_1$  и  $A_2$ , а дальнюю — в точках  $B_1$  и  $B_2$  соответственно. Найдите длину отрезка  $B_1B_2$ , если  $A_1A_2 = 10$  см и  $KA_1 : A_1B_1 = 2:3$ .
4. Постройте проекцию правильного треугольника, зная проекции его вершины  $A$  и середин  $K, M$  сторон  $AB$  и  $BC$ : точки  $A_1, K_1$  и  $M_1$ .

**Контрольная работа №3 по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости». (1ч)**

*1 вариант*

1. Концы отрезка  $AB$ , не пересекающего плоскость, удалены от нее на расстояния  $2,4\text{ м}$  и  $7,6\text{ м}$ . Найдите расстояние от середины  $M$  отрезка  $AB$  до этой плоскости.
2. Переключина длиной  $5\text{ м}$  своими концами лежит на двух вертикальных столбах высотой  $3\text{ м}$  и  $6\text{ м}$ . Каково расстояние между основаниями столбов?
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные  $17\text{ см}$  и  $15\text{ см}$ . Проекция одной из них на  $4\text{ см}$  больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.
4. Из вершины равностороннего треугольника  $ABC$  проведен перпендикуляр  $AM$  к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$ , если  $AM = 1\text{ м}$ ,  $BC = 8\text{ м}$ ?

*2 вариант*

1. Точка  $A$  лежит в плоскости, точка  $B$  - на расстоянии  $12,5\text{ м}$  от нее. Найдите расстояние от плоскости до точки  $M$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $AM : MB = 2 : 3$ .
2. Какой длины нужно взять переключину, чтобы ее можно было положить концами на два вертикальных столба высотой  $4\text{ м}$  и  $8\text{ м}$ , поставленные на расстоянии  $3\text{ м}$  один от другого?
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на  $6\text{ см}$  длиннее другой. Проекция наклонных равны  $17\text{ см}$  и  $7\text{ см}$ . Найдите наклонные.

Из вершины квадрата  $ABCK$  проведен перпендикуляр  $AM$  к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки  $M$  до прямой  $BK$ , если  $AM = 2\text{ м}$ ,  $AB = 8\text{ м}$ ?

**Контрольная работа № 4 по теме «Перпендикулярность плоскостей». (1ч)**

*Вариант 1.*

1. Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости квадрата  $ABCD$  со стороной  $3\sqrt{2}$  см. Найдите расстояние от точки  $M$  до диагонали  $BD$  квадрата, если  $AM=4$  см.
2. Перпендикулярные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $m$ . Точка  $A$  лежит в плоскости  $\alpha$ , точка  $B$  – в плоскости  $\beta$ .  $AA_1$  перпендикулярен  $m$ ,  $BB_1$  перпендикулярен  $m$ . Найдите  $AB$ , если  $AA_1=8$  см,  $BB_1=12$  см,  $A_1B_1=4\sqrt{2}$  см.
3. Плоскости равностороннего треугольника  $ABC$  и квадрата  $BCDE$  перпендикулярны. Найдите расстояние от точки  $A$  до стороны  $DE$ , если  $AB = 4$  см.

*Вариант 2.*

1. Отрезок  $BK$  перпендикулярен плоскости квадрата  $ABCD$ . Периметр квадрата равен  $16\sqrt{2}$  см. Найдите длину отрезка  $BK$ , если расстояние от точки  $K$  до диагонали  $AC$  квадрата равно 5 см.
2. Перпендикулярные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $n$ . Точка  $A$  лежит в плоскости  $\alpha$ , точка  $B$  – в плоскости  $\beta$ .  $AM$  перпендикулярен  $n$ ,  $BK$  перпендикулярен  $n$ . Найдите  $MK$ , если  $AM=4$  см,  $BK=6$  см,  $AB=10$  см.
3. Плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$  и квадрата  $ABDE$  перпендикулярны. Найдите расстояние от точки  $C$  до стороны  $DE$ , если  $AB = 6$  см,  $\angle ABC=90^\circ$ .

**Контрольная работа №5 по теме «Декартовы координаты». (1ч)**

*Вариант 1*

1. Даны точки  $A(0; 0; 2)$  и  $B(1; 1; -2)$ ,  $O$  — начало координат. На оси  $y$  найдите точку  $M(0; y; 0)$ , равноудаленную от точек  $A$  и  $B$ .
2. В плоскости  $xOy$  найдите точку  $C(x; y; 0)$ , такую, чтобы векторы  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{BO}$  были коллинеарными.
3. При каком значении  $x$  вектор  $\vec{v}(x; 2; 1)$  будет перпендикулярен вектору  $\overrightarrow{AB}$ ?

*Вариант 2*

1. Даны точки  $A(0; -2; 0)$  и  $B(1; 2; -1)$ ,  $O$  — начало координат. На оси  $z$  найдите точку  $M(0; 0; z)$ , равноудаленную от точек  $A$  и  $B$ .
2. Найдите точку  $C(x; y; z)$ , такую, чтобы векторы  $\overrightarrow{CO}$  и  $\overrightarrow{AB}$  были равными.
3. При каком значении  $x$  вектор  $\vec{v}(x; 1; 2)$  будет перпендикулярен вектору  $\overrightarrow{BA}$ ?

**Контрольная работа №15 по теме «Векторы». (1ч)**

**Вариант 1**

1. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если  $A(5; -1; 3)$ ,  $B(2; -2; 4)$ .
2. Даны векторы  $\vec{b}\{3;1;-2\}$  и  $\vec{c}\{1;4;-3\}$ . Найдите  $|\vec{2b} - \vec{c}|$ .
3. Изобразите систему координат Охуз и постройте точку  $A(1; -2; -4)$ . Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.
4. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ , если  $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 60^\circ$ ,  $\vec{c} \perp \vec{a}$ ,  $\vec{c} \perp \vec{b}$ .

**Вариант 2**

1. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{CD}$ , если  $C(6; 3; -2)$ ,  $D(2; 4; -5)$ .
2. Даны векторы  $\vec{a}\{5;-1;2\}$  и  $\vec{b}\{3;2;-4\}$ . Найдите  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ .
3. Изобразите систему координат Охуз и постройте точку  $B(-2; -3; 4)$ . Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

4. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$ , если  $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{n} = \vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 60^\circ$ ,  $\vec{c} \perp \vec{a}$ ,  $\vec{c} \perp \vec{b}$ .

### Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

#### Литература

1. Мерзляк А. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мерзляк. – 2-е изд., стер. – М.Вентана -Граф, 2017.
2. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. В 2 ч.Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А. Г. Мордкович и др.]; под ред. А.Г.Мордковича. – 10-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009.
3. Атанасян Л. С. Геометрия. 10-11классы. Учебник для общеобразовательных учреждений:базовый и профильный уровни-21-е изд. – М.:Просвещение, 2012
4. Мерзляк А.Г. Алгебра и начала анализа.10-11.Методическое пособие для учителя. – М., Мнемозина, 2005.
5. Федеральный компонент государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике. Сборник нормативных документов. Математика- М., Дрофа, 2009.

#### Электронные учебные пособия

1. Наглядная математика. Графики функций. Интерактивное учебное пособие. М., ООО «Экзамен-Медиа». Издательство ООО «Экзамен», 2015.
2. Наглядная математика. Уравнения и неравенства. Интерактивное учебное пособие. М., ООО «Экзамен-Медиа». Издательство ООО «Экзамен», 2015.
3. Наглядная математика. Производная и ее применение. Интерактивное учебное пособие. М., ООО «Экзамен-Медиа». Издательство ООО «Экзамен», 2015.

#### Интернет-ресурсы:

- Федеральный институт педагогических измерений [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)
- Федеральный центр тестирования [www.rustest.ru](http://www.rustest.ru)
- РосОбрНадзор [www.obnadzor.gov.ru](http://www.obnadzor.gov.ru)
- Российское образование. Федеральный портал [edu.ru](http://edu.ru)
- Федеральное агенство по образованию РФ [ed.gov.ru](http://ed.gov.ru)
- Федеральный совет по учебникам Министерства образования и науки Российской Федерации <http://fsu.edu.ru>
- Открытый банк заданий по математике <http://www.mathgia.ru:8080/or/gja12/Main.html?view=TrainArchive>
- Сеть творческих учителей <http://www.it-n.ru/>





